

УДК 539.376

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЭКСПЕРИМЕНТОВ*А.Н. Васильев, Е.Б. Кузнецов, С.С. Леонов***Аннотация**

В работе рассматривается применение методов нейросетевого моделирования для идентификации параметров модели деформирования и разрушения металлических конструкций в условиях ползучести, описываемой уравнениями теории структурных параметров Ю.Н. Работнова, по результатам эксперимента на одноосное растяжение. С помощью данного подхода найдены параметры модели ползучести и разрушения образцов из стали 45 при постоянном напряжении и температуре.

Ключевые слова: ползучесть, разрушение, параметр поврежденности, нейронные сети, нейросетевой базис, системы дифференциальных уравнений.

1. Введение

В последние десятилетия все более широкое применение находят модели способные описывать процессы деформирования и разрушения конструкций при сложном напряженном состоянии. Особое внимание уделяется возможности учета ползучести материала в области высоких и умеренных температур. Это связано как с возросшими требованиями к точности прогнозирования длительной прочности конструкций, так и с увеличением количества практических задач, требующих решения, в числе которых исследование поведения конструкций из металлических, керамических и композитных материалов при сложных температурно-силовых режимах. Одним из наиболее эффективных подходов к решению подобных задач является использование уравнений известных теорий ползучести (теории старения, упрочнения, наследственности, теории структурных параметров Ю.Н. Работнова и т.д.). Однако, все такие уравнения, как правило, содержат несколько материальных констант (характеристик ползучести), которые необходимо определять на основании информации о протекании процесса деформирования, основным источником которой является эксперимент. Учитывая то, что характеристики ползучести могут зависеть от вида используемого материала и его состояния, режима нагружения, температуры, коэффициента анизотропии и других факторов, задача их идентификации имеет весьма сложный характер. В данной работе представлен унифицированный метод идентификации параметров модели, описывающей процессы ползучести и разрушения конструкций по результатам эксперимента. В качестве основы для разрабатываемого подхода приняты принципы и методы нейросетевого моделирования.

2. Методы нейросетевого моделирования

По аналогии с [1], рассмотрим построение нейронной сети для систем m обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) r -ого порядка с p неизвестными скалярными параметрами $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$

$$\mathbf{F}(t, \mathbf{y}, \mathbf{y}', \mathbf{y}'', \dots, \mathbf{y}^{(r)}, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p) = 0, \quad t \in [t_0, t^*] \quad (1)$$

и начальными условиями

$$\begin{cases} \mathbf{y}(t_0) = \mathbf{y}_0, \\ \mathbf{y}'(t_0) = \mathbf{y}_1, \\ \vdots \\ \mathbf{y}^{(r-1)}(t_0) = \mathbf{y}_{r-1}. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{F}(t, \mathbf{y}, \mathbf{y}', \mathbf{y}'', \dots, \mathbf{y}^{(r)}, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p) = (f_1(t, \mathbf{y}, \mathbf{y}', \dots, \mathbf{y}^{(r)}, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p), f_2(t, \mathbf{y}, \mathbf{y}', \dots, \mathbf{y}^{(r)}, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p), \dots, f_m(t, \mathbf{y}, \mathbf{y}', \dots, \mathbf{y}^{(r)}, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p))^T$ – вектор-функция векторного аргумента; $\mathbf{y}(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t))^T$ – искомое решение, вектор-функция скалярного аргумента, в общем случае неявно зависящая от параметров $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$; t_0 – начальная точка; t^* – правый конец рассматриваемого интервала изменения аргумента; $\mathbf{y}_0, \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_{r-1}$; $\mathbf{y}_i = (y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{im})^T$, $i = 0, \dots, r-1$ – m -мерные числовые векторы значений $\mathbf{y}(t)$ и ее $r-1$ первых производных в точке t_0 .

При описании физических процессов на области изменения параметров $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$ могут накладываться ограничения вида

$$\alpha_i \in A_i \subseteq \mathbb{R}. \quad (3)$$

Пусть для задачи (1)-(2) также выполнены условия теоремы Коши о существовании и теорема о единственности решения начальной задачи. Кроме того, имеются l экспериментальных наблюдений

$$\mathbf{y}(t_i) = \mathbf{y}_i^e, \quad t_i \in (t_0, t_*], \quad i = 1, \dots, l. \quad (4)$$

где $\mathbf{y}_1^e, \mathbf{y}_2^e, \dots, \mathbf{y}_l^e$; $\mathbf{y}_i^e = (y_{i1}^e, y_{i2}^e, \dots, y_{im}^e)^T$, $i = 1, \dots, l$ – m -мерные числовые векторы значений $\mathbf{y}(t)$ в точках t_1, t_2, \dots, t_l соответственно.

Решение начальной задачи (1)-(2), удовлетворяющее соотношениям (4), будем искать, используя методы нейросетевого моделирования. Для этого каждую компоненту вектор-функции $\mathbf{y}(t)$ разложим по нейросетевому базису

$$\hat{y}_i(t, \mathbf{w}_i) = \sum_{j=1}^{N_i} c_{ij} \varphi_j(t, \mathbf{a}_{ij}), \quad i = 1, \dots, m, \quad (5)$$

где $\mathbf{w}_{ij} = (c_{ij}, \mathbf{a}_{ij})$ – вектор настраиваемых параметров; $\mathbf{a}_{ij} = (a_{ij}^1, a_{ij}^2)$; $\mathbf{w}_i = (\mathbf{w}_{i1}, \mathbf{w}_{i2}, \dots, \mathbf{w}_{iN_i})$; $\varphi_i(\cdot)$ – активационная функция, которая может быть выбрана, например, в форме гиперболического тангенса $\varphi(t, \mathbf{a}_{ij}) = \text{th}(a_{ij}^1 \cdot t + a_{ij}^2)$, радиальной базисной функции $\varphi(t, \mathbf{a}_{ij}) = \exp\{-a_{ij}^1(t - a_{ij}^2)^2\}$ в виде гауссианы, их суперпозиция или композиция [1].

Используя нейросетевое разложение (5), составим нормированный функционал ошибки

$$\begin{aligned} J(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_m) = & \frac{1}{\sum_{i=1}^m \beta_i \cdot (t_* - t_0) + \sum_{j=1}^m \gamma_j \cdot n + \sum_{j=1}^m \delta_j \cdot p} \times \\ & \times \left[\sum_{i=1}^m \beta_i \int_{t_0}^{t_*} \left| f_i(\xi, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{y}}', \dots, \hat{\mathbf{y}}^{(n)}, \alpha_1, \dots, \alpha_p) \right|^2 d\xi + \right. \\ & \left. + \sum_{j=1}^m \gamma_j \sum_{i=0}^{r-1} \left| \hat{y}_j^{(i)}(t_0, \mathbf{w}_j) - y_{ij} \right|^2 + \sum_{j=1}^m \delta_j \sum_{i=1}^l \left| \hat{y}_j(t_i, \mathbf{w}_j) - y_{ij}^e \right|^2 \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $\hat{\mathbf{y}}(t, \mathbf{w}) = (\hat{y}_1(t, \mathbf{w}_1), \hat{y}_2(t, \mathbf{w}_2), \dots, \hat{y}_m(t, \mathbf{w}_m))^T$ – вектор нейросетевых разложений; $\mathbf{w} = (\mathbf{w}_1 \mathbf{w}_2 \dots \mathbf{w}_m)$; $\beta_i, \gamma_i, \delta_i, i = 1, \dots, m$ – штрафные множители.

На практике обычно используется дискретное представление функционала ошибки (6) [1]

$$J(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_m) = \frac{1}{\sum_{i=1}^m \beta_i \cdot M + \sum_{j=1}^m \gamma_j \cdot n + \sum_{j=1}^m \delta_j \cdot p} \times$$

$$\times \left[\sum_{i=1}^m \beta_i \sum_{j=1}^M \left| f_i(\xi_j, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{y}}', \dots, \hat{\mathbf{y}}^{(n)}, \alpha_1, \dots, \alpha_p) \right|^2 + \right. \quad (7)$$

$$\left. + \sum_{j=1}^m \gamma_j \sum_{i=0}^{r-1} \left| \hat{y}_j^{(i)}(t_0, \mathbf{w}_j) - y_{ij} \right|^2 + \sum_{j=1}^m \delta_j \sum_{i=1}^l \left| \hat{y}_j(t_i, \mathbf{w}_j) - y_{ij}^e \right|^2 \right].$$

В данной формуле вектор-функция $\mathbf{F}(t, \mathbf{y}, \mathbf{y}', \mathbf{y}'', \dots, \mathbf{y}^{(r)}, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$ вычисляется на множестве тестовых точек $\{\xi_i\}_{i=1}^M$, генерируемых случайным образом по равномерному закону распределения на интервале (t_0, t^*) [1].

Для нахождения вектор-функции $\mathbf{y}(t)$, удовлетворяющей задаче (1)-(2) и экспериментальным данным (4) на $t \in [t_0, t^*]$, решается задача минимизации функционала ошибки (7) (или (6)) по переменным $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_m$ с учетом ограничений (3)

$$J(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_m) \xrightarrow[\alpha_i \in A_i]{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_m} \min, \quad i = \overline{1, p}. \quad (8)$$

В результате решения задачи (8) получим значения параметров $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$ и вектор настраиваемых параметров $\mathbf{w}_1^*, \mathbf{w}_2^*, \dots, \mathbf{w}_m^*$, которые доставляют минимум функционалу (7). Нейросетевое решение задачи запишется в виде

$$\mathbf{y}(t) = \hat{\mathbf{y}}(t, \mathbf{w}^*), \quad \mathbf{w}^* = (\mathbf{w}_1^* \mathbf{w}_2^* \dots \mathbf{w}_m^*), \quad t \in [t_0, t^*]. \quad (9)$$

Отметим, что минимизация функционала ошибки (7) ведется не до глобального минимума, а до момента, когда его значение становится меньше наперед заданного значения точности η , т.е. $J < \eta$. И именно это значение функционала принимается за приближенное минимальное J_* . Для того, чтобы избежать остановки процесса минимизации в точке локального минимума, производится периодическая (после нескольких итераций алгоритма минимизации) регенерация пробных точек $\{\xi_i\}_{i=1}^M$ [1].

Для иллюстрации описанного подхода, рассмотрим задачу идентификации параметров модели одноосного растяжения прутков (диаметр $d = 42$ мм) из стали 45, широко используемой в авиации (например, для создания деталей трубопроводной арматуры после закалки и отпуска), при постоянной температуре $T = 850^\circ\text{C}$.

3. Растяжение образцов из стали 45

Для описания поведения металлов в условиях ползучести вплоть до разрушения широко используется теория структурных параметров Ю.Н. Работнова [2] со скалярным параметром поврежденности ω , без наделения его физическим смыслом, в форме системы двух обыкновенных дифференциальных уравнений первого

порядка [3]:

$$\begin{cases} \frac{d\varepsilon}{dt} = f(\sigma, T)\Psi(\omega, T), \\ \frac{d\omega}{dt} = \varphi(\sigma, T)\Omega(\omega, T), \end{cases} \quad (10)$$

где ε – деформация ползучести; σ – действующее напряжение; t – время; T – температура; функциональные зависимости, входящие в правые части, определяются по результатам эксперимента.

В работе [4] с феноменологической позиции обоснована возможность конкретизации системы ОДУ (10) в виде соотношений

$$\begin{cases} \frac{d\varepsilon}{dt} = f(\sigma, T)\Psi(\omega, T), \\ \frac{d\omega}{dt} = \varphi(\sigma, T)\Psi(\omega, T). \end{cases} \quad (11)$$

В статье [3] показано, что функция $\Psi(\omega, T)$ может быть выбрана в виде

$$\Psi(\omega, T) = \omega^{-\alpha} (1 - \omega^{\alpha+1})^{-m}, \quad (12)$$

где α и m – параметры модели, зависящие в общем случае от температуры T .

Таким образом, подставляя соотношение (12) в систему ОДУ (11), окончательно получим:

$$\begin{cases} \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{f(\sigma, T)}{\omega^{\alpha} (1 - \omega^{\alpha+1})^m}, \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{\varphi(\sigma, T)}{\omega^{\alpha} (1 - \omega^{\alpha+1})^m}. \end{cases}$$

В качестве начальных условий для системы ОДУ (??) берутся однородные

$$t = 0 : \omega(0) = 0, \varepsilon(0) = 0. \quad (13)$$

Функции $f(\sigma)$ и $\varphi(\sigma)$ для стали 45 выберем в виде [3]

$$f(\sigma) = B_{\varepsilon}\sigma^n, \quad \varphi(\sigma) = B_{\omega}\sigma^k.$$

где B_{ε} , B_{ω} , n , k – характеристики ползучести материала.

При постоянных напряжениях $\sigma = \sigma_0 = \text{const}$ получим следующую систему ОДУ для данной задачи

$$\begin{cases} \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{B_{\varepsilon}\sigma_0^n}{\omega^{\alpha} (1 - \omega^{\alpha+1})^m}, \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{B_{\omega}\sigma_0^k}{\omega^{\alpha} (1 - \omega^{\alpha+1})^m}. \end{cases} \quad (14)$$

В качестве начальных условий для системы ОДУ (14) примем (13).

Аналитическое решение задачи (14), (13) можно записать в виде [5]

$$\omega(t) = \left(1 - (1 - (\alpha + 1)(m + 1)B_{\omega}\sigma_0^k t)^{\frac{1}{m+1}} \right)^{\frac{1}{\alpha+1}}.$$

$$\varepsilon(t) = \frac{B_{\varepsilon}\sigma_0^n}{B_{\omega}\sigma_0^k} \left(1 - (1 - (\alpha + 1)(m + 1)B_{\omega}\sigma_0^k t)^{\frac{1}{m+1}} \right)^{\frac{1}{\alpha+1}}.$$

Учитывая, что при разрушении параметр поврежденности принимает значение равное единице, из выражения (??) получим значение длительной прочности t^* данной конструкции

$$t^* = [(m + 1)(\alpha + 1)B_{\omega}\sigma_0^k]^{-1}.$$

4. Идентификация параметров

Обозначим $\mathbf{y}(t) = (\varepsilon(t), \omega(t))^T$, а $f_1(\mathbf{y}, \mathbf{y}', B_\varepsilon, \alpha, m, n) = \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{B_\varepsilon \sigma_0^n}{\omega^\alpha (1 - \omega^{\alpha+1})^m}$, $f_2(\mathbf{y}, \mathbf{y}', B_\omega, \alpha, m, k) = \frac{d\omega}{dt} - \frac{B_\omega \sigma_0^k}{\omega^\alpha (1 - \omega^{\alpha+1})^m}$. Видно, что система ОДУ (14) с начальными условиями (13) по структуре схожа с задачей (1)-(2) ($m = 2, r = 1, p = 6$), поэтому будем проводить идентификацию параметров, используя подход, описанный в разделе 2. В качестве дополнительных данных будем использовать результаты эксперимента по одноосному растяжению цилиндрических образцов из стали 45 для некоторого уровня напряжения σ_0 [3]

$$\begin{cases} \varepsilon(t_i) = \varepsilon_i, & t_i \in (0, t^*], \\ \omega(t_i) = \omega_i, & t_i \in (0, t^*], \quad i = 1, \dots, l, \end{cases} \quad (15)$$

где t_i – момент времени снятия i -ого экспериментального значения, ε_i – экспериментальное значение деформации ползучести в момент времени t_i , ω_i – экспериментальное значение параметра поврежденности в момент времени t_i , l – количество экспериментальных точек.

В качестве базисных функций в нейросетевом разложении (5) примем произведение гиперболического тангенса и гауссианы

$$\begin{cases} \hat{\varepsilon}(t, \mathbf{c}, \mathbf{a}) = \sum_{j=1}^{N_1} \text{th}(c_{0j}t + c_{1j}) \exp \left\{ -a_{0j} (t - a_{1j})^2 \right\}, \\ \hat{\omega}(t, \mathbf{b}, \mathbf{d}) = \sum_{j=1}^{N_2} \text{th}(b_{0j}t + b_{1j}) \exp \left\{ -d_{0j} (t - d_{1j})^2 \right\}. \end{cases} \quad (16)$$

В нейросетевом разложении (16) $\mathbf{c} = \{c_{ij}\}$, $\mathbf{a} = \{a_{ij}\}$, $\mathbf{b} = \{b_{is}\}$, $\mathbf{d} = \{d_{is}\}$, $i = 1, 2, j = 1, \dots, N_1, s = 1, \dots, N_2$ – прямоугольные матрицы коэффициентов.

Используя нейросетевое разложение (16), систему уравнений (14), начальные условия (13) и экспериментальные данные для некоторого значения напряжения σ_0 (15), запишем нормированный функционал ошибки (7) в виде

$$\begin{aligned} J(B_\varepsilon, B_\omega, n, k, \alpha, m, \mathbf{c}, \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{d}) = & \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot M + \delta_1 + \delta_2 + (\delta_3 + \delta_4) \cdot N} \times \\ & \times \left\{ \delta \sum_{k=1}^M \left[\left| \frac{d\hat{\varepsilon}}{dt} - \frac{B_\varepsilon \sigma_0^n}{\hat{\omega}^\alpha (1 - \hat{\omega}^{\alpha+1})^m} \right|^2 + \left| \frac{d\hat{\omega}}{dt} - \frac{B_\omega \sigma_0^k}{\hat{\omega}^\alpha (1 - \hat{\omega}^{\alpha+1})^m} \right|^2 \right] \right\}_{t=\xi_k} + \\ & + \delta_1 |\hat{\varepsilon}(0, \mathbf{c}, \mathbf{a})|^2 + \delta_2 |\hat{\omega}(0, \mathbf{b}, \mathbf{d})|^2 + \delta_3 \sum_{i=0}^l |\hat{\varepsilon}(t_i, \mathbf{c}, \mathbf{a}) - \varepsilon_i|^2 + \\ & + \delta_4 \sum_{i=0}^l |\hat{\omega}(t_i, \mathbf{b}, \mathbf{d}) - \omega_i|^2 \}. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь $\{\xi_k\}_{k=1}^M$ – набор пробных точек, равномерно распределенных на интервале $(0, t_*)$; выражение под знаком первой суммы берется в точке $t = \xi_k$, M – количество пробных точек.

Для идентификации параметров $B_\varepsilon, B_\omega, n, k, \alpha, m$ решается задача минимизации

$$J(B_\varepsilon, B_\omega, n, k, \alpha, m, \mathbf{c}, \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{d}) \xrightarrow[\mathbf{c}, \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{d}]{B_\varepsilon, B_\omega, n, k, \alpha, m} \min. \quad (18)$$

Учитывая особенности протекания процесса деформирования, на параметры модели необходимо наложить следующие ограничения

$$\begin{cases} B_\varepsilon > 0, \\ B_\omega > 0, \\ n > 0, \\ k > 0, \\ \alpha > 0, \\ m > 0. \end{cases} \quad (19)$$

Получим задачу минимизации с ограничениями типа неравенств (18)-(19), в результате решения которой найдем значения параметров $B_\varepsilon, B_\omega, n, k, \alpha, m$ и коэффициенты нейросетевого разложения $\mathbf{c}^*, \mathbf{a}^*, \mathbf{b}^*, \mathbf{d}^*$, доставляющих минимум функционалу (17). Подставляя полученные коэффициенты в (9), получим нейросетевое решение задачи.

5. Параметры нейросети и результаты эксперимента

Идентификация параметров системы ОДУ (14) проводится для трех начальных напряжений $\sigma_0 = 35; 40; 45$ МПа. Число базисных функций в нейросетевом разложении, количество тестовых и экспериментальных точек, значения штрафных множителей, а также другие параметры нейросети приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры нейросети

σ_0 , МПа	δ	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	N_1	N_2	M	l	η
35	1	1	1	1	1	2	2	50	14	$5 \cdot 10^{-4}$
40	1	1	1	1	1	2	2	50	10	$5 \cdot 10^{-4}$
45	10^5	10^6	10^6	10^6	10^6	4	4	50	12	$5 \cdot 10^{-4}$

Экспериментальные данные для деформации ползучести взяты из работы [3], для параметра поврежденности результаты эксперимента пересчитаны по формуле

$$\omega = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_*},$$

где ε_* – значение деформации ползучести в момент разрушения. Все данные эксперимента приводятся в табл. 2-4.

Таблица 2

Экспериментальные данные для $\sigma_0 = 35$ МПа

	1	2	3	4	5	6	7
t , ч	0.510204	0.979592	1.461249	1.918367	2.440816	2.934694	3.432653
ε	0.004352	0.008081	0.010881	0.014114	0.0162902	0.017534	0.019523
ω	0.084337	0.156626	0.210843	0.273494	0.315663	0.339759	0.378313

	8	9	10	11	12	13	14
t , ч	3.902041	4.444898	4.897959	5.326531	5.836735	6.530612	6.706122
ε	0.0211399	0.02344	0.02487	0.026425	0.028725	0.037927	0.051606
ω	0.409638	0.454217	0.481928	0.512048	0.556627	0.73494	1

Таблица 3

Экспериментальные данные для $\sigma_0 = 40$ МПа

	1	2	3	4	5
t , ч	0.285714	0.510204	0.734694	0.906122	1.428571
ε	0.004974	0.011067	0.015544	0.018652	0.024
ω	0.080808	0.179798	0.252525	0.303021	0.389899

	6	7	8	9	10
t , ч	2	2.428571	2.714286	2.946939	2.979592
ε	0.03	0.036622	0.041223	0.050487	0.061554
ω	0.487374	0.594949	0.669697	0.820202	1

Таблица 4

Экспериментальные данные для $\sigma_0 = 45$ МПа

	1	2	3	4	5	6
t , ч	0.087755	0.273469	0.391837	0.526531	0.636735	0.738776
ε	0.000746	0.007150	0.013368	0.018342	0.023192	0.027295
ω	0.011782	0.112911	0.211094	0.289641	0.366224	0.431025

	7	8	9	10	11	12
t , ч	0.857143	0.995918	1.061224	1.163265	1.183673	1.2244898
ε	0.031834	0.036808	0.041285	0.046756	0.054093	0.063327
ω	0.502698	0.581245	0.651937	0.738338	0.854194	1

6. Результаты вычислений

Задача минимизации (18)-(19) решалась в вычислительной среде Mathcad 14 методом сопряженных градиентов [6]. Расчет проводился на персональном компьютере Intel Core i5 – 2410M CPU 2,30 ГГц; 4,00 ГБ ОЗУ; видеокарта NVIDIA GeForce GT540M 2 ГБ; 64 – разрядная операционная система Windows 7 Домашняя базовая Service Pack 1. Параметры, входящие в систему ОДУ (14), полученные в результате решения задачи (18)-(19) и приведенные в работе [3], представлены в табл. 5. В табл. 6 приведены основные данные о процессе деформирования, где ω_* – расчетное значение параметра поврежденности в момент разрушения.

Таблица 5

Характеристики ползучести

σ_0 , МПа	B_ε , МПа $^{-n}$ ч $^{-1}$,	B_ω , МПа $^{-k}$ ч $^{-1}$	n	k	α	m
Результаты полученные в работе [3]						
35; 40; 45	$3,588 \cdot 10^{-16}$	$3,488 \cdot 10^{-13}$	8,1	6,97	0,849	2,83
Результаты полученные при решении задачи (18)-(19)						
35	$7,511 \cdot 10^{-4}$	0,014	0,024	0,021	0,963	3,946
40	0,005	0,044	0,025	0,195	0,485	1,462
45	0,023	0,056	0,287	$6,517 \cdot 10^{-7}$	0,108	1,068

Таблица 6

Основные сведения о процессе деформирования

σ_0 , МПа	t^* , ч	ε_*	ω_*	J_*
Результаты полученные в работе [3]				
35	7,00049	0,05716	1	–
40	2,7601	0,06647	1	–
45	1,21448	0,07593	1	–
Результаты полученные при решении задачи (18)-(19)				
35	6,70822	0,05334	1	$9,454 \cdot 10^{-5}$
40	3,01222	0,06087	1	$3,24 \cdot 10^{-4}$
45	1,22798	0,0638	1	$3,003 \cdot 10^{-4}$

Графики зависимости деформации ползучести и параметра поврежденности от времени показаны на рис. 1-6, где точками обозначены результаты эксперимента, черная линия – зависимость, построенная по результатам работы [3], серая линия – результаты полученные при решении задачи (18)-(19).

Ниже приводятся коэффициенты нейросетевого разложения.

Для $\sigma_0 = 35$ МПа:

$$\mathbf{c}^* = \begin{pmatrix} 5.815728 \cdot 10^{-4} & 5.050403 \cdot 10^{-4} \\ 0.012596 & -0.003498 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}^* = \begin{pmatrix} -0.028923 & -0.247517 \\ -0.063359 & 2.271503 \end{pmatrix}, \quad (20)$$

$$\mathbf{b}^* = \begin{pmatrix} 3.418738 \cdot 10^{-8} & 0.1003497 \\ -1.265294 \cdot 10^{-8} & 0.027106 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{d}^* = \begin{pmatrix} -1.282826 & -0.028849 \\ 3.392185 & 4.355371 \end{pmatrix}.$$

Для $\sigma_0 = 40$ МПа:

$$\mathbf{c}^* = \begin{pmatrix} 0.0144602 & 5.577504 \cdot 10^{-6} \\ 0.001924 & -1.988411 \cdot 10^{-6} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}^* = \begin{pmatrix} -0.068851 & -2.85823 \\ 1.843883 & 1.532517 \end{pmatrix}, \quad (21)$$

$$\mathbf{b}^* = \begin{pmatrix} 0.001503 & 2.036134 \\ 3.883187 \cdot 10^{-5} & 0.044447 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{d}^* = \begin{pmatrix} -2.020552 & 0.082052 \\ 1.658296 & 4.890872 \end{pmatrix}.$$

Для $\sigma_0 = 45$ МПа:

$$\mathbf{c}^* = \begin{pmatrix} 0.036944 & 1.408981 \cdot 10^{-4} & -6.497302 \cdot 10^{-3} & 5.3903496 \cdot 10^{-4} \\ -9.751545 \cdot 10^{-3} & -1.659261 \cdot 10^{-4} & 5.923237 \cdot 10^{-3} & 4.496679 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{a}^* = \begin{pmatrix} -0.3854704 & -9.475454 & 0.064586 & -0.027258 \\ 0.211588 & 0.374456 & 0.124246 & 0.095332 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{b}^* = \begin{pmatrix} 0.067407 & -0.061256 & 3.950692 \cdot 10^{-4} & -1.530136 \\ -0.086061 & 0.078271 & -0.019138 & 2.850023 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{d}^* = \begin{pmatrix} -6.262989 & -6.1413496 & -2.127695 & 0.7237003 \\ 0.03639991 & 0.018384 & 0.839157 & 1.790881 \end{pmatrix}. \quad (22)$$

Нейросетевые решения, соответствующие полученным коэффициентам, изображены на рис. 7-12, где точками обозначены результаты эксперимента, черная линия изображает нейросетевое решение с коэффициентами (20)-(22).

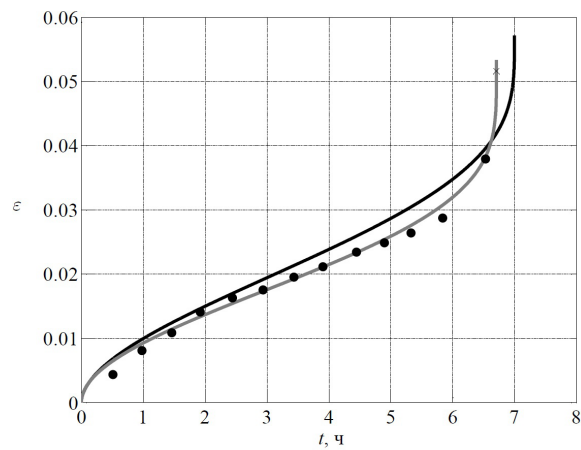


Рис. 1. Зависимость деформации ползучести от времени, $\sigma_0 = 35$ МПа

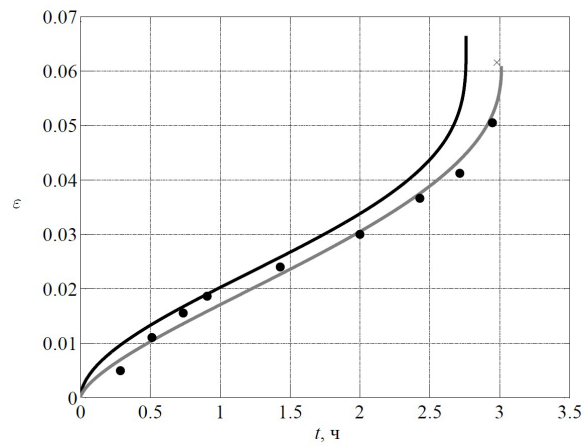


Рис. 2. Зависимость деформации ползучести от времени, $\sigma_0 = 40$ МПа

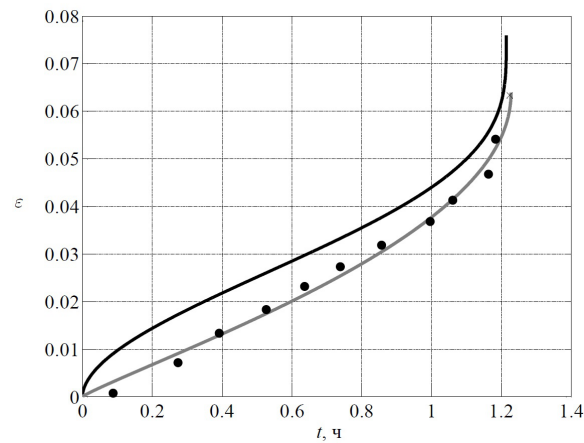


Рис. 3. Зависимость деформации ползучести от времени, $\sigma_0 = 45$ МПа

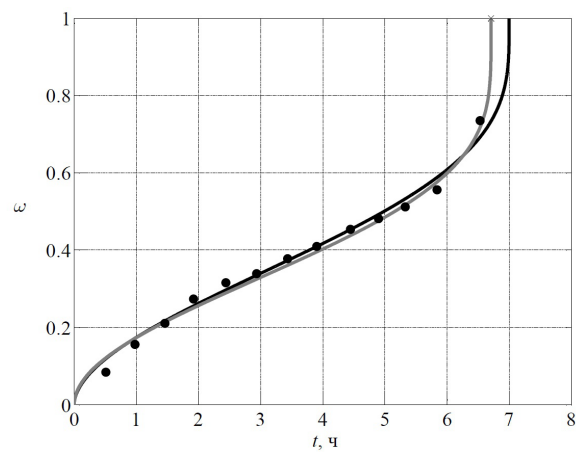


Рис. 4. Зависимость параметра поврежденности от времени, $\sigma_0 = 35$ МПа

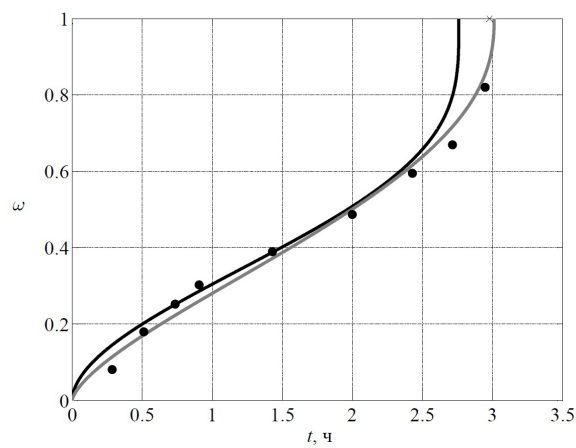


Рис. 5. Зависимость параметра поврежденности от времени, $\sigma_0 = 40$ МПа

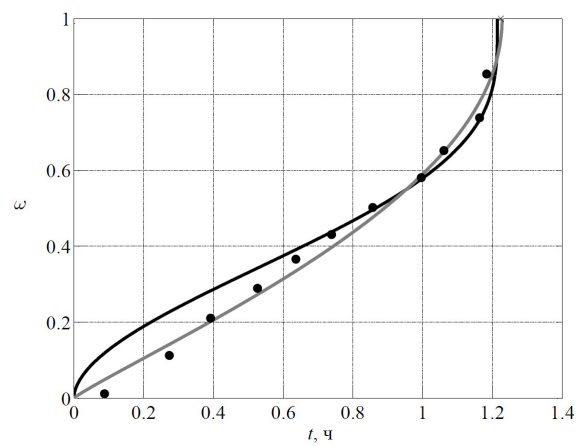


Рис. 6. Зависимость параметра поврежденности от времени, $\sigma_0 = 45$ МПа

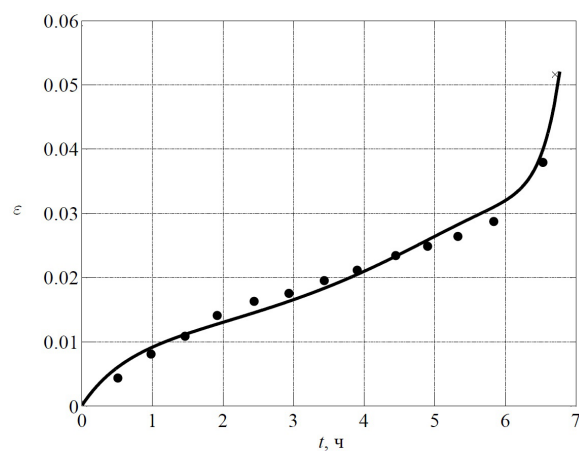


Рис. 7. Деформация ползучести, $\sigma_0 = 35$ МПа, нейросетевое решение

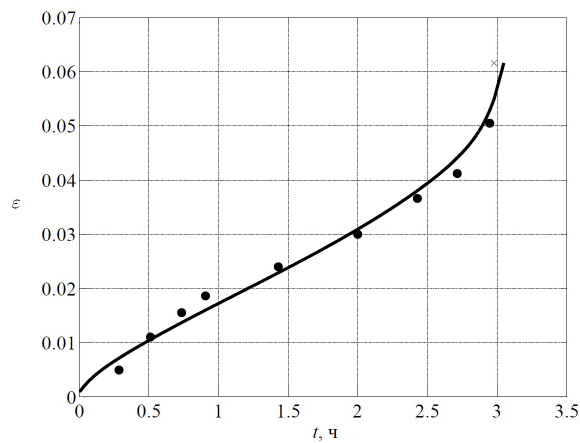


Рис. 8. Деформация ползучести, $\sigma_0 = 40$ МПа, нейросетевое решение

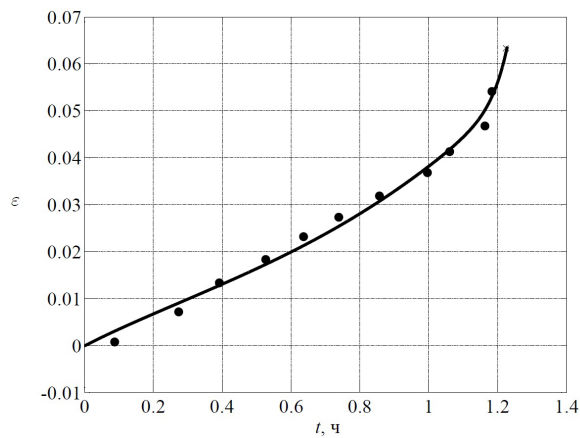


Рис. 9. Деформация ползучести, $\sigma_0 = 45$ МПа, нейросетевое решение

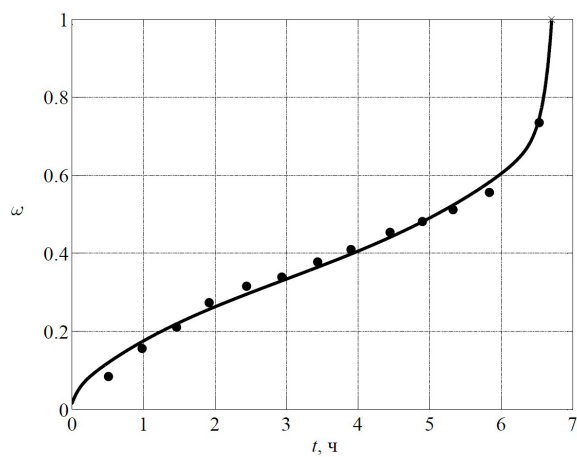


Рис. 10. Параметр поврежденности, $\sigma_0 = 35$ МПа, нейросетевое решение

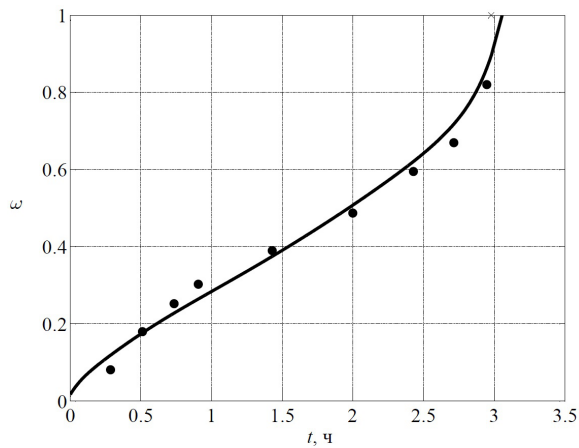


Рис. 11. Параметр поврежденности, $\sigma_0 = 40$ МПа, нейросетевое решение

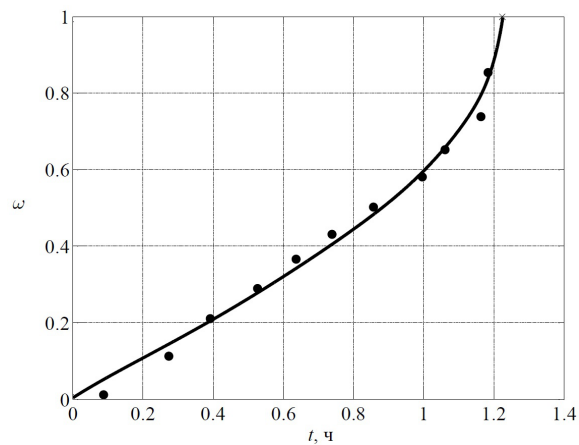


Рис. 12. Параметр поврежденности, $\sigma_0 = 45$ МПа, нейросетевое решение

7. Выводы и замечания

В качестве основных результатов данной работы можно выделить:

- 1 Методы нейросетевого моделирования применены к решению задачи Коши для систем дифференциальных уравнений r -ого порядка с неизвестными скалярными параметрами и набором дополнительных данных. Описан процесс построения нейронной сети, а также алгоритм решения.
- 2 Описанный подход был использован при решении задачи идентификации параметров модели ползучести и разрушения образцов из стали 45 при постоянных напряжениях и температуре, описываемой системой двух ОДУ первого порядка теории структурных параметров Ю.Н. Работнова.
- 3 Получены параметры и нейросетевые решения для рассматриваемой модели в случае трех начальных напряжений $\sigma_0 = 35; 40; 45$ МПа. Результаты расчетов показывают хорошее качественное и количественное согласование с результатами эксперимента (табл. 5, рис. 1–12), что говорит о применимости нейросетевого подхода к решению поставленных задач.

Первое, что стоит отметить, из полученных в данной работе параметров модели следует, что функции деформации ползучести и параметр поврежденности слабо зависят от напряжения. В действительности это далеко не так, и для получения более физически оправданных параметров следует накладывать на них более строгие ограничения, нежели (19). Однако, можно заметить, что на всем рассматриваемом временном интервале справедливы равенства

$$\begin{cases} B_\varepsilon \sigma_0^n = \text{const}, \\ B_\omega \sigma_0^k = \text{const}, t \in [0, t^*]. \end{cases}$$

Это означает, что параметры n , k и B_ε , B_ω взаимозависимы, т.е. их можно выбирать различным образом так, чтобы зависимости деформации ползучести и параметр поврежденности от времени оставались неизменными. К примеру, если использовать параметры n , k или B_ε , B_ω из работы [3] при фиксированных параметрах α и m из табл. 5, можно получить другие наборы параметров (табл. 7-8).

Таблица 7

Характеристики ползучести при n , k из работы [3]

σ_0 , МПа	B_ε , МПа $^{-n}$ ч $^{-1}$,	B_ω , МПа $^{-k}$ ч $^{-1}$	n	k	α	m
Результаты полученные в работе [3]						
35; 40; 45	$3,588 \cdot 10^{-16}$	$3,488 \cdot 10^{-13}$	8,1	6,97	0,849	2,83
Результаты полученные при решении задачи (18)-(19)						
35	$2,546 \cdot 10^{-16}$	$2,609 \cdot 10^{-13}$	8,1	6,97	0,963	3,946
40	$5,785 \cdot 10^{-16}$	$6,159 \cdot 10^{-13}$	8,1	6,97	0,485	1,462
45	$2,787 \cdot 10^{-15}$	$1,68 \cdot 10^{-13}$	8,1	6,97	0,108	1,068

Таблица 8

Характеристики ползучести при B_ε , B_ω из работы [3]

σ_0 , МПа	B_ε , МПа $^{-n}$ ч $^{-1}$,	B_ω , МПа $^{-k}$ ч $^{-1}$	n	k	α	m
Результаты полученные в работе [3]						
35; 40; 45	$3,588 \cdot 10^{-16}$	$3,488 \cdot 10^{-13}$	8,1	6,97	0,849	2,83
Результаты полученные при решении задачи (18)-(19)						
35	$3,588 \cdot 10^{-16}$	$3,488 \cdot 10^{-13}$	8,003	6,888	0,963	3,946
40	$3,588 \cdot 10^{-16}$	$3,488 \cdot 10^{-13}$	8,23	7,124	0,485	1,462
45	$3,588 \cdot 10^{-16}$	$3,488 \cdot 10^{-13}$	8,639	6,778	0,108	1,068

Второе замечание состоит в том, что, хотя для конкретного уровня напряжения можно получить параметры модели по результатам эксперимента, но, как правило, не всегда есть экспериментальные данные для всех интересующим нас значений σ_0 , поэтому, в дальнейших исследованиях стоит рассмотреть следующие задачи:

- 1 Идентификация параметров модели, пригодных для описания процесса ползучести и разрушения в некотором интервале напряжений.
- 2 Определение минимального объема экспериментальных данных, необходимых для идентификации параметров модели.
- 3 Получение ограничений на параметры модели, отражающие физическую сторону процессов ползучести и разрушения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований, проекты 13-08-00473, 14-01-00660 и 14-01-00733.

Summary

A.N. Vasilyev, E.B. Kuznetsov, S.S. Leonov. Identification of the creep theory models parameters based on the experiments results. This paper deals with the use of neural network modeling to identify the parameters of the Rabotnov's theory of structural parameters model, that describing the processes of creep and failure of metal constructions, based on the experiments results. Using this approach, the model parameters are found for problem of steel 45 specimens creep and failure at a constant stress and temperature.

Key words: creep, failure, damage parameter, neural networks, neural basis, systems of the ordinary differential equations.

Литература

1. Васильев А.Н., Тархов Д.А. Нейросетевое моделирование. Принципы. Алгоритмы. Приложения. – СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2009. – 528 с.
2. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966.
3. Горев Б.В., Захарова Т.Э., Клопотов И.Д. К описанию процесса ползучести и разрушения материалов с немонотонным изменением деформационно-прочностных свойств // Физическая мезомеханика. – 2002. – Т. 5. – № 2. – С. 17–22.
4. Gorev B.V., Klopotov I.D., Lyubashevskaya I.V. Creep and damage behavior of AK4-1T and VT-9 alloys under different stress states // Theor. and Appl. Fract. Mech. 1998. Vol. 29. P. 1–10.

5. *Горев В.В.* Высокотемпературная ползучесть конструкционных сплавов и ее приложение к формообразованию крупногабаритных деталей: Дис. ... д-ра техн. наук. Новосибирск, 2003.
6. *Полак Э.* Численные методы оптимизации. Единый подход. – М.: Мир, 1974. – 376 с.

Сведения о каждом из авторов статьи

Васильев Александр Николаевич – доктор технических наук, профессор, Санкт-петербургский государственный политехнический университет (национальный исследовательский университет).

E-mail: *a.n.vasilyev@gmail.com*

Кузнецов Евгений Борисович – доктор физико-математических наук, профессор, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет).

E-mail: *kuznetsov@mail.ru*

Леонов Сергей Сергеевич – аспирант, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет).

E-mail: *powerandglory@yandex.ru*